

文章编号 1004-924X(2006)05-0853-05

# 静电陀螺仪对准误差产生的系统伺服随动误差分析

颜 明<sup>1</sup>,张军安<sup>2</sup>,吴佐华<sup>1</sup>

(1. 天津航海仪器研究所,天津 300131;

2. 哈尔滨工程大学 机电工程学院,黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:**介绍了采用平行光管式光电位置探测器(PSD)测角的静电陀螺仪在伺服测试转台上测试时,陀螺坐标系与平台台体坐标系之间的两种对准误差,然后推导出由该对准误差引起的反射光斑中心点在 PSD 平面坐标系上的坐标变化公式,给出了当陀螺坐标系与台体坐标系之间存在对准误差时,计算伺服随动误差的步骤,并根据静电陀螺仪的结构及工作情况,选取一组数据进行了计算。结果表明:第一种对准误差比第二种对准误差约大两个数量级;为减小系统伺服随动误差,第一种对准误差应不大于  $4'$ 。其结论对静电陀螺仪的设计与测试具有理论指导意义。

**关键词:**静电陀螺仪;对准误差;伺服随动误差

**中图分类号:**V241.5 **文献标识码:**A

## Analysis of system servo following error caused by alignment error of ESG

YAN Ming<sup>1</sup>, ZHANG Jun-an<sup>2</sup>, WU Zuo-hua<sup>1</sup>

(1. *Tianjin Navigation Research Institute, Tianjin 300131, China*; 2. *School of Mechanical and Electrical Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China*)

**Abstract:** Two kinds of alignment errors between the gyro coordinate system and platform coordinate system were introduced when Electrostatic-Suspended Gyroscope(ESG) was used in measuring drift angle on servo turntable by Position Sensitive Detector(PSD). Then formulas for calculating the coordinate change of spot center of reflected beam on PSD caused by the alignment errors were derived, and the calculating methods of servo following errors were presented when alignment errors existed between the gyro coordinate system and platform coordinate system. According to the structure and the working condition of ESG, a group of data were chosen to calculate the servo following errors. The computational results show that the first error is two orders of magnitude larger than the second one. In order to reduce the system servo following error, the first error must be less than  $4'$ . This conclusion plays an important theoretical guiding role in ESG designing and testing.

**Key words:** Electrostatic-Suspended Gyroscope(ESG); alignment error; servo following error

收稿日期:2005-12-22;修订日期:2006-06-18.

基金项目:总装备部“十五”国防预研项目(No. 41309020101)

## 1 引言

静电陀螺仪是目前精度最高的陀螺仪<sup>[1]</sup>,研制静电陀螺仪具有重要的国防意义。为得到静电陀螺的高精度,必须在伺服台上测漂建模<sup>[2-3]</sup>。静电陀螺在伺服台上安装时,它的两个输入轴的初始位置应该与台体上的两根伺服轴精确对准,但由于加工、装配和安装中各种误差的影响,使静电陀螺仪的两根输入轴与台体上的两根转轴之间存在偏角,即存在对准误差,这会产生伺服随动误差,使伺服台随动转角与陀螺转角之间存在偏差,从而影响测试精度<sup>[4-6]</sup>。静电陀螺仪在惯性导航系统上安装时也存在该问题,因此必须通过分析该对准误差的影响,提出对准误差控制指标。

本文根据静电陀螺仪光电传感器 PSD 位置探测器的测角原理,分析计算了对准误差产生的伺服随动误差,推导了有关公式。

## 2 对准误差和伺服随动误差介绍

参见图 1、图 4,XYZ 为陀螺坐标系,  $X_i Y_i Z_i$  为平台台体坐标系,陀螺仪光电传感器的发光二极管从 B 点发出的光照到转子反射面上,再反射回光电传感器位置探测器平面上。转子与光电传感器无相对转动时,反射光光斑中心点落在探测器的中心点 B 上;有相对转动时,则光斑中心点偏离位置探测器平面中心点 B,其偏离距离  $x, y$  及正负就表示了光电传感器相对转子的两个方向的转角大小和方向。伺服台根据光电传感器的输出,带动台体分别绕  $X_i$  轴和  $Y_i$  轴转动(亦即带动光电传感器绕 O 点转动),使光斑中心点回到 B,保持  $x, y$  为零。

XYZ 坐标系与  $X_i Y_i Z_i$  坐标系对准时,平台绕  $X_i$  轴、 $Y_i$  轴的转角即为陀螺在两个输入轴方向的转角  $\theta_0$ 。如果存在对准误差角(即平台台体坐标系与陀螺坐标系之间存在误差角  $\theta_0$ ),那么在转子相对光电传感器绕某个输入轴(比如 Y 轴)转动  $\alpha_0$  角时,台体会绕  $Y_i$  轴转动  $\alpha_0 + \Delta\alpha_y$ ,绕  $x_i$  轴转动  $\Delta\alpha_x, \Delta\alpha_y$  和  $\Delta\alpha_x$  即为对准误差带来的伺服随动误差。

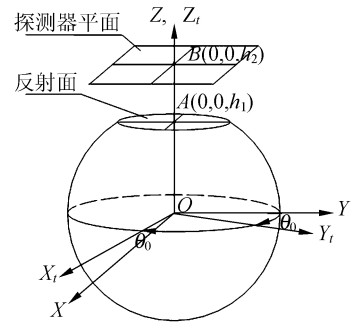


图 1 第一种对准误差情况示意图

Fig. 1 Sketch of the first alignment error

## 3 对准误差影响分析

本文分析下面两种对准误差情况:

### 3.1 第一种情况

如图 1 所示,平台台体坐标系的  $Z_i$  轴与陀螺自转轴 Z 对准,  $X_i Y_i$  平面与 X-Y 平面共面,但  $X_i$  与 X ( $Y_i$  与 Y) 之间有对准误差角。

当转子绕 Y 轴转动角  $\alpha_0$  时,台体会绕  $Y_i$  轴转  $\alpha_y(1)$  角,使光电传感器的反射光光斑中心点落在 PSD 探测面的 Y 轴线上,即  $x=0$ 。但由于  $\theta_0$  角的存在,使  $\alpha_y(1) \neq \alpha_0$ ,而且光斑中心点还会在 Y 方向产生一个附加偏移  $y$ ,因此台体还会绕  $X_i$  轴转动  $\alpha_x(1)$  角,使光斑中心点回到探测面的 X 轴线上。但这又会使光斑中心点在 X 方向产生偏移,台体又必须绕  $Y_i$  轴转  $\alpha_y(2)$  角,……,如此往复,直至稳定下来。它在  $X_i$  轴方向产生的随动误差角为  $\Delta\alpha_x = \sum \alpha_x(i)$ ,在  $Y_i$  轴方向产生的随动误差角为  $\Delta\alpha_y = \sum \alpha_y(i) - \alpha_0$ 。转子绕 X 轴有转角时产生的误差情况与此相同。

设转子球心到反射平面的距离为  $h_1$ ,到位置探测器平面的距离为  $h_2$ ,可以推导出有对准误差角时,转子绕  $Y_i$  轴转  $\alpha$  角后,反射光在四象限上的光斑中心点在 XYZ 坐标系的坐标为:

$$\begin{cases} x = \left( h_2 - \frac{h_1}{\cos \alpha} \right) \tan 2\alpha \cos \theta \\ y = - \left( h_2 - \frac{h_1}{\cos \alpha} \right) \tan 2\alpha \sin \theta \\ z = h_2 \end{cases} \quad (1)$$

同理,绕  $X_i$  轴转动  $\alpha$  角后,反射光在四象限上的光斑中心点坐标为

$$\begin{cases} x = -\left(h_2 - \frac{h_1}{\cos \alpha}\right) \tan 2\alpha \sin \theta \\ y = -\left(h_2 - \frac{h_1}{\cos \alpha}\right) \tan 2\alpha \cos \theta, \\ z = h_2 \end{cases} \quad (2)$$

根据公式(1)、(2)可以计算出有对准误差角  $\theta_0$  时,转子转动  $\alpha_0$  角的伺服台随动误差角  $\Delta\alpha_x$  和  $\Delta\alpha_y$ 。下面以转子绕  $y$  轴有转角  $\alpha_0$  为例说明具体解算步骤:

(1) 将  $\alpha = \alpha_0, \theta = 0$  代入方程组(1)的第一式,解算出  $x$  值,为  $x(1)$ ;

(2) 将  $x = x(1), \theta = \theta_0$  代入方程组(1)的第一式,利用逐步逼近法解出  $\alpha$  值,为  $\alpha_y(1)$ ;

(3) 将  $\alpha = \alpha_y(1), \theta = \theta_0$  代入方程组(1)的第二式,解算出  $y$  值,为  $y(1)$ ;

(4) 将  $y = y(1), \theta = \theta_0$  代入方程组(2)的第二式,利用逐步逼近法解出  $\alpha$  值,为  $\alpha_x(1)$ ;

(5) 将  $\alpha = \alpha_x(1), \theta = \theta_0$  代入方程组(2)的第一式,解算出  $x$  值,为  $x(2)$ ;

(6) 重复进行,计算出  $\alpha_y(2), \alpha_x(2) \dots$ , 直至  $|\alpha_y(i)| \ll |\alpha_y(1) - \alpha_0|, |\alpha_x(i)| \ll |\alpha_x(1)|$ ;

$$(7) \Delta\alpha_x = \sum \alpha_x(i), \Delta\alpha_y = \sum \alpha_y(i) - \alpha_0。$$

下面根据陀螺结构及工作情况,选取下列一组数据进行计算: $h_1 = 25 \text{ mm}, h_2 = 35 \text{ mm}, \alpha_0 = 0.05 \sim 0.4^\circ, \theta = 0.05 \sim 0.4^\circ$ , 计算结果如图 2、图 3 所示。

计算结果表明:

(1) 在所考虑的  $\alpha_0$  和  $\theta_0$  范围内,  $\alpha_x$  的误差主要是  $\alpha_x(1)$ ,  $\alpha_y$  的误差主要在  $\alpha_y(1) - \alpha_0$  和  $\alpha_y(2)$ , 其它可忽略不计。例如:当  $\alpha_0 = 0.2^\circ, \theta_0 = 0.1^\circ$  时,  $\alpha_y(1) - \alpha_0 = 3.0462 \times 10^{-7^\circ}$ ,  $\alpha_y(2) = -6.0924 \times 10^{-7^\circ}$ ,  $\alpha_y(3) = 1.8558 \times 10^{-12^\circ}$ ,  $\alpha_y(4) = -5.6532 \times 10^{-18^\circ}$ ;  $\alpha_x(1) = 3.4907 \times 10^{-4^\circ}$ ,  $\alpha_x(2) = -1.0633 \times 10^{-9^\circ}$ ,  $\alpha_x(3) = 3.2391 \times 10^{-15^\circ}$ ,  $\alpha_x(4) = -9.8668 \times 10^{-21^\circ}$ 。

(2)  $\Delta\alpha_y$  比  $\Delta\alpha_x$  小 2~3 个数量级, 因此其影响可忽略不计。

如果取控制指标为  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_0} \times 100\% \leq 0.1\%$ , 则  $\theta_0 \leq 0.067^\circ = 4'$ 。

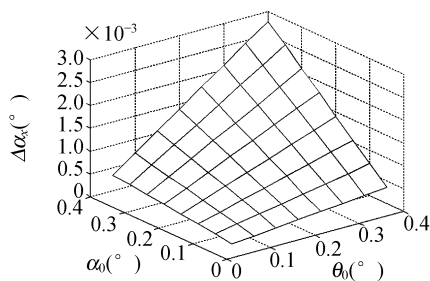


图 2  $\Delta\alpha_x - \alpha_0, \theta_0$  关系图

Fig. 2 Function of  $\Delta\alpha_x - \alpha_0, \theta_0$

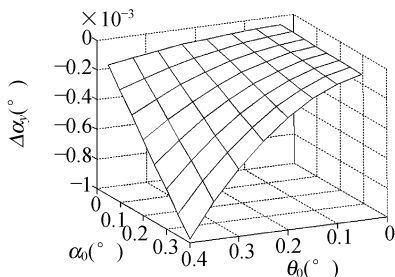


图 3  $\Delta\alpha_y - \alpha_0, \theta_0$  关系图

Fig. 3 Function of  $\Delta\alpha_y - \alpha_0, \theta_0$

### 3.2 第二种情况

如图 4 所示,平台台体坐标系的  $X_i$  轴与陀螺仪的  $X$  轴对准,  $Y_i - Z_i$  平面与  $Y - Z$  平面共面, 但  $Y_i$  与  $Y$  ( $Z_i$  与  $Z$ ) 之间有对准误差角  $\theta_0$ 。

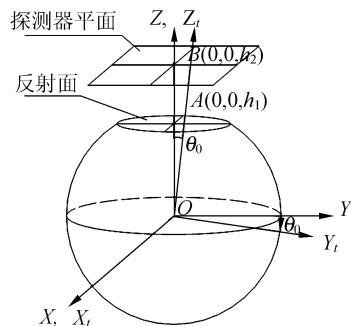


图 4 第二种对准误差情况示意图

Fig. 4 Sketch of the second error

当转子与光电传感器之间有绕  $X$  轴的转角时, 由于  $X_i$  轴与  $X$  轴一致, 所以台体应能正确跟踪该转角, 不会受对准误差角  $\theta_0$  的影响。但当转子绕  $Y$  轴转动  $\alpha_0$  角时, 台体会绕  $Y_i$  轴转  $\alpha_y$  角, 使光电传感器的反射光光斑中心点落在 PSD 探测面的  $Y$  轴线上, 即  $x = 0$ 。由于对准误差角  $\theta_0$

的存在,使  $\alpha_y(1) \neq \alpha_0$ , 而且光斑中心点还会在  $Y$  方向产生一个附加偏移  $y$ , 因此台体还会绕  $X_i$  轴转动  $\alpha_x$  角来弥补该偏移。由于  $X_i$  轴与  $X$  轴一致, 所以不会在  $X$  方向产生附加偏移, 光斑中心点因此回到了探测器平面的中心点  $B$ 。所以, 在该种情况下,  $X_i$  轴方向产生的误差角为  $\Delta\alpha_x = \alpha_x$ ,  $y_i$  轴方向产生的误差角为  $\Delta\alpha_y = \alpha_y - \alpha_0$ 。

可以推导出有对准误差角  $\theta$  时, 转子绕  $Y_i$  轴转  $\alpha$  角后, 反射光在四象限上的光斑中心点在  $XYZ$  坐标系的坐标为:

$$\begin{cases} x = \frac{2\cos\theta\sin\alpha(1-2\cos^2\theta\sin^2\frac{\alpha}{2})(h_2 - \frac{h_1}{\sin^2\theta + \cos^2\theta\cos\alpha})}{\cos\left[4\sin^{-1}\left(\cos\theta\sin\frac{\alpha}{2}\right)\right]} \\ y = \frac{2\sin 2\theta(2\cos^4\frac{\alpha}{2}\cos^2\theta - 2\cos^2\theta\cos\alpha - \sin^2\frac{\alpha}{2})(h_2 - \frac{h_1}{\sin^2\theta + \cos^2\theta\cos\alpha})}{\cos\left[4\sin^{-1}\left(\cos\theta\sin\frac{\alpha}{2}\right)\right]} \\ z = h_2 \end{cases} \quad (3)$$

将  $\theta=0$  代入式(2), 可得到转子绕  $X_i$  轴转  $\alpha$  角后反射光在四象限上的光斑中心点在  $XYZ$  坐标系的坐标:

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -(h_2 - \frac{h_1}{\cos\alpha})\tan 2\alpha \\ z = h_2 \end{cases} \quad (4)$$

根据公式(3)、(4)可以计算出有对准误差角  $\theta_0$  时, 转子转动  $\alpha_0$  角的伺服台随动误差角  $\Delta\alpha_x$  和  $\Delta\alpha_y$ 。下面以转子绕  $Y$  轴有转角  $\alpha_0$  为例说明具体解算步骤:

(1) 将  $\alpha = \alpha_0, \theta = 0$  代入方程组(3)的第一式, 解算出  $x$  值;

(2) 将解算出的  $x$  值和  $\theta = \theta_0$  代入方程组(3)的第一式, 利用逐步逼近法解出  $\alpha$ , 即为  $\alpha_y$ ;

(3) 将  $\alpha = \alpha_y, \theta = \theta_0$  代入方程组(3)的第二式, 解算出  $y$  值;

(4) 将解算出的  $y$  值和  $\theta = \theta_0$  代入方程组(4)的第二式, 利用逐步逼近法解出  $\alpha$ , 即为  $\alpha_x$ ;

(5)  $\Delta\alpha_x = \alpha_x, \Delta\alpha_y = \alpha_y - \alpha_0$ 。

下面根据陀螺结构及工作情况, 选取下列一组数据进行计算:  $h_1 = 25$  mm,  $h_2 = 35$  mm,  $\alpha_0 = 0.05 \sim 0.4^\circ, \theta_0 = 0.05 \sim 0.4^\circ$ , 计算结果如图 5、图 6 所示。

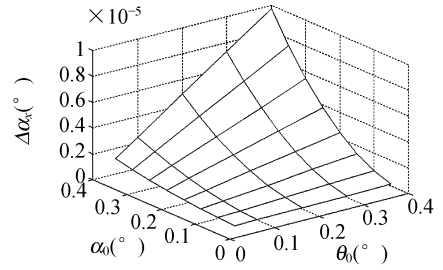


图 5  $\Delta\alpha_x - \alpha_0, \theta_0$  关系图

Fig. 5 Function of  $\Delta\alpha_x - \alpha_0, \theta_0$

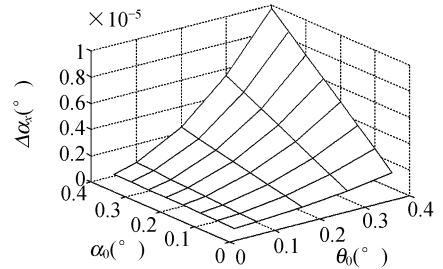


图 6  $\Delta\alpha_y - \alpha_0, \theta_0$  关系图

Fig. 6 Function of  $\Delta\alpha_y - \alpha_0, \theta_0$

计算结果表明:

(1)  $\Delta\alpha_x$  和  $\Delta\alpha_y$  基本在同一个数量级。例如, 当  $\alpha_0 = 0.2^\circ, \theta_0 = 0.1^\circ$  时,  $\Delta\alpha_x = 6.0924 \times 10^{-7}$ ,  $\Delta\alpha_y = 3.0462 \times 10^{-7}$ ;

(2) 在  $\alpha_0, \theta_0$  相同的情况下, 第二种情况的误差角  $\Delta\alpha_x$  和  $\Delta\alpha_y$  远小于第一种情况的误差角 (约小 2 个数量级)。

如果取控制指标为  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha_0} \times 100\% \leq 0.1\%$ , 则  $\theta_0 \leq 5^\circ$ 。正常情况下的实际对准误差可以远远小于该角度, 所以该对准误差产生的系统伺服随动误差影响可忽略。

## 4 结 论

采用平行光管式光电位置探测器 (PSD) 测角的静电陀螺仪在伺服测试台上测试时, 如果陀螺坐标系与平台台体坐标系之间存在对准误差, 则会产生系统伺服随动误差, 而且陀螺仪只要有一个输入轴没对准, 就会在平台台体坐标系的  $X_i$  轴、 $Y_i$  轴上都产生随动误差。

不同方式的对准误差产生的伺服随动误差也

不同。第一种对准误差的影响远大于第二种对准误差(约大2个数量级),正常情况下第二种安装误差的影响可忽略。为减小系统伺服随动误差的

影响,应尽量减小第一种对准误差,使 $\theta_0 \leq 4'$ 。

上面推导的有关公式及分析结论对静电陀螺仪的设计及测试提供了依据。

### 参考文献:

- [1] 张军安, 邱长华, 颜明, 等. 静电陀螺仪空心球转子变形分析[J]. 光学精密工程, 2006, 14(1): 116-120.  
ZHANG J A, QIU CH H, YAN M, *et al.* Analysis on hollow rotor deformation of electrostatic suspended gyroscope [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2006, 14(1): 116-120. (in Chinese)
- [2] 章燕申. 高精度导航系统[M]. 北京: 中国宇航出版社, 2005.  
ZHANG Y S. *High accuracy navigation system* [M]. Beijing: China Astronavigation Press, 2005. (in Chinese)
- [3] 高钟毓. 静电陀螺仪技术[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.  
GAO Z Y. *Electrostatic-suspended gyroscope technology* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. (in Chinese)
- [4] 陆元九. 陀螺及惯性导航系统[M]. 北京: 科学出版社, 1964.  
LU Y J. *Gyroscope and inertial navigation system* [M]. Beijing: Science Press, 1964. (in Chinese)
- [5] 谢列托维奇 С М, 赵荣先, 雷传奇(译). 陀螺系统仪表误差的自动补偿[M]. 北京: 国防工业出版社, 1986.  
ЗЕДЪДОВИЧ С М, ZHAO R X, LEI C Q (translation). *Автокомпенсация инструментальных погрешностей гиросистем* [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1986. (in Chinese).
- [6] 杨功流, 杨君, 李俊. 陀螺仪安装误差的测量方法研究[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2003, 31(7): 78-80.  
YANG G L, YANG J, LI J, *et al.* Technique for estimation of gyro installation errors [J]. *Journal of Central China University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2003, 31(7): 78-80. (in Chinese)

作者简介: 颜明(1964—), 男, 天津航海仪器研究所高级工程师, 从事惯性元器件技术方面的研究工作。E-mail: mingyan6448@sina.com